

## Екзаменул уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

### Варианта демонстративэ материалелор де апречиере а куноштинцелор пентру реализаря ын анул 2020 экзаменулуй уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

#### Експликаций ла варианта демонстративэ а материалелор де апречиере пентру ЕУС ла математикэ анулуй 2020

Варианта демонстративэ есте дестинатэ пентру а да о ынкипуире деспре структура виитоарелор материале де апречиере, деспре нумэрул де ынсэрчинэрь, деспре форма лор ши нивелул де комплекситате.

Ынсэрчинэриле вариантэй демонстративе ну рефлектэ тоате ынтребэриле концинутулуй, каре пот фи инклузе ын материалеле де апречиере ын анул 2020. Структура лукрэрий есте датэ ын спецификацие, яр листа ынтребэрилор – ын кодификаторий элементелор концинутулуй ши черинцелор кэтре нивелул прегэтирей а абсолвенцилор организациилор де ынвэцэмынт пентру а реализа экзаменул уник де стат ын анул 2020 ла математикэ.

Лукраря де экзаминаре есте форматэ дин доуэ пэрць, каре диферэ дупэ концинут, комплекситате ши нумэрул де ынсэрчинэрь. Критериул стабилит фиекэрей пэрць а лукрэрий есте форма ынсэрчинэрилор:

- партя 1 концине 11 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 1–11) ку рэспунс скурт;
- партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 12–15) ку рэспунс скурт ши шасе ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 16–21) ку рэспунс десфэшурат.

Дупэ нивелул де комплекситате ынсэрчинэриле се репартизияэ ын фелул урмэтор: ынсэрчинэриле 1–11 ау нивел де базэ, ынсэрчинэриле 12–19 – нивел ридикат, ынсэрчинэриле 20 ши 21 се реферэ ла нивелул ыналт де комплекситате.

Ынсэрчинэриле примей пэрць сынт дестинате пентру детерминаря компетенцелор математиче але абсолвенцилор организациилор де ынвэцэмынт, че реализязэ програмеле ынвэцэмынтулуй женерал медиу (комплет) ла нивел де базэ.

Ынсэрчинаря ку рэспунс скурт (1-15) се сокоате ындеплинитэ, дакэ ын формуларул ку рэспунсурь № 1 есте фиксат рэспунсул корект ын формэ де нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ.

Ынсэрчинэриле 16–21 ку рэспунс десфэшурат, динтре каре патру ынсэрчинэрь де нивел ридикат ши доуэ ынсэрчинэрь де нивел ыналт де комплекситате, сынт дестинате пентру о дефиренчиере май пречисэ а абитуриенцилор институциилор де ынвэцэмынт супериор.

Резолваря коректэ а фиекэрей дин ынсэрчинэриле 1-15 есте естиматэ ку ун пункт.

Резолваря коректэ фиекэрей дин ынсэрчинэриле 16 - 17 есте естиматэ ку 2 пункте; 18 ши 19 — 3 пункте; 20 ши 21 — 4 пункте. Пунктажул максимал примар пентру ындеплиниря лукрэрий – 33 пункте.

Пентру фиикаре ынсэрчинаре ку рэспунс десфэшурат, инклузэ ын варианта демонстративэ, се пропуне о резолваре дин челе посибиле. Критерииле презентате де евалуаре пермит сэ ынцележець черинцеле привинд деплинэтатя ши коректитудиня резолвэрилор.

Варианта демонстративэ а материалелор де апречиере, системул де евалуаре, спецификация ши кодификаторий вор ажута сэ елабораць стратегия де прегэтире кэтре ЕУС ла математикэ.

#### Инструкциунь ла ындеплиниря лукрэрий

Лукраря де экзаминаре есте алкэтуитэ дин доуэ пэрць, инклузынд ын сине 21 де ынсэрчинэрь.

Партя 1 концине 11 ынсэрчинэрь ла нивел де базэ де комплекситате ку рэспунс скурт.

Партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат де комплекситате ку рэспунс скурт ши 6 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат ши ыналт де комплекситате ку рэспунс десфэшурат.

Пентру ындеплиниря лукрэрий де экзаминаре ла математикэ се атрибуе 3 оре 55 минуте (235 минуте).

Рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 1–15 се скриу ын формэ де нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ.

Нумереле скриець ын кымпуриле рэспунсурилор ын текстул лукрэрий, яр апой ле трансфераць ын формуларул ку рэспунсурь №1.

Рэспунс: -0,8 . 

0	,	8																		
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ындеплининд ынсэрчинэриле 16–21 се чере де скрис резолваря комплетэ ши рэспунсул ын формуларул ку рэспунсурь № 2.

Тоате формулареле ЕУС се ындеплинеск ку чернялэ нягрэ апринсэ. Се пермите фолосиря пиксурилор капиларе, ку жел сау ку пеницэ.

Ла ындеплиниря ынсэрчинэрилор се поате фолоси макулаторул. Ынскриериле ын макулатор ну се яу ын консидарация ла апречиеря лукрэрий.

Пунктеле, акумулате де кэтре Думнявоастрэ пентру ынсэрчинэриле ындеплините, се сумязэ. Стэруици-вэ сэ ындеплиниць кыт май мулте ынсэрчинэрь ши сэ акумулаць чел май маре пунктаж.

*Вэ дорим сукчес!*

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 1–11 есте нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ. Рэспунсул скриець ын **ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ № 1** ын партя дряптэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиикаре чифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтате ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

## Партя 1

### 1. Челе май симпле проблеме.

Ла библиотека университетий ау адус мануале ной пентру трей курсурь, кыте 430 пентру фиекаре курс. Ын дулапул де кэрць сынт 6 рафтурь, пе фиекаре рафт ынкап 30 мануале. Де кыте дулапурь чел пущин есте невое, пентру а репартиза ын еле тоате мануалеле ной?

**Резолваре.**

Де тот ау адус  $430 \cdot 3 = 1290$  де мануале. Ын дулапул де кэрць ынкап  $30 \cdot 6 = 180$  де мануале. Ымпэрцим 1290 ла 180:

Деч, пентру а аранжа тоате кэрциле есте невое де 8 дулапурь.

Рэспунс: 8.

$$\frac{1290}{180} = \frac{129}{18} = 7\frac{1}{6}.$$

### 2. Проблема ла проченте.

Ла плэтиря сервичиilor прин интермедиул терминалулуй комисия я 5%. Терминалул примеште суме мултипле ку 10 рубле. Аня дореште сэ пунэ пе контул телефонулуй сэу мобил ну май пущин де 400 де рубле. Че сумэ минималэ еа требуе сэ ынтродукэ ын диспозитивул де речепцие ал терминалулуй дат?

**Резолваре.**

Авынд ын ведере комисия, Аня требуе сэ ынтродукэ ын диспозитивул де речепцие о сумэ ну май микэ де  $400 + 400 \cdot 0,05 = 420$  рубле. Верификэм, дакэ есте дестулэ сума датэ: 5% дин 420 руб. алкэтуеск 21 руб. (комисия), челе рэмасе 399 руб. се вор дуче пе контул телефонулуй. Ынсэ Аня а дорит сэ пунэ пе конт ну май пущин де 400 руб., прин урмаре, требуе сэ пунэ май мулт де 420 руб. Верификэм 430 руб.: комисия формязэ 21,5 руб., рэмын 408,5 руб. Дестул.

Рэспунс: 430.

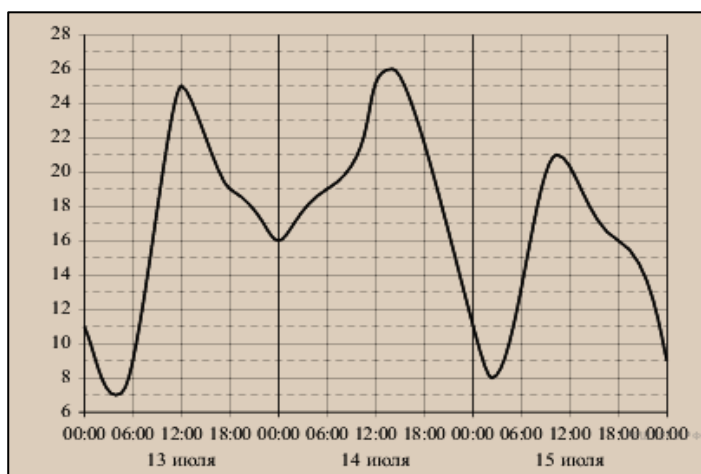
### 3. Читирия графичелор ши диаграмелор.

Пе десен се аратэ вариация температурий аерулуй пе паркурсул а трей zile. Пе оризонталэ се индикэ дата ши тимпул, пе вертикалэ – валоаря температурий ын граде Челсиус. Детерминаць дупэ десен диференца динтре чя май маре ши чя май микэ температурэ а аерулуй пе 15 юлие. Рэспунсул ыл даць ын граде Челсиус.

**Резолваре.**

Дин график се веде, кэ пе 15 юлие чя май маре температурэ алкэтуя  $21^\circ\text{C}$ , яр чя май микэ  $8^\circ\text{C}$ . Диференца лор формязэ  $13^\circ\text{C}$ .

Рэспунс: 13.



### 4. Лукрул ку формулеле.

Енергия конденсаторулуй ынкэркат  $W$  (ын Дж) се калкулязэ дупэ формула  $W = \frac{q^2}{2C}$  унде  $C$  — капачитатя конденсаторулуй (ын Ф), яр  $q$  — ынкэркаря уней плэчь а конденсаторулуй (ын Кл). Афлаць енергия (ын Дж) ку капачитатя конденсаторулуй  $10^{-4}$  Ф, дакэ ынкэркаря плэчий конденсаторулуй есте егалэ ку 0,0012 Кл.

**Резолваре.**

Афлэм енергия конденсаторулуй:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{0,0012^2}{2 \cdot 10^{-4}} = \frac{12^2 \cdot (10^{-4})^2}{2 \cdot 10^{-4}} = \frac{144 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-4}} = 72 \cdot 10^{-4} = 0,0072.$$

Рэспунс: 0,0072.

### 5. Рецяуа патратэ, планул де координате.

Пе о фоае ын пэтрэцеле ку дименсиуня пэтрэцелулуй  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  чм  $\times$   $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  чм есте дат ун черк.

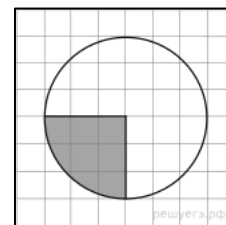
Афлаць ария секторулуй вопсит. Рэспунсул ыл даць ын центиметри патраць.

**Резолваре.**

Ария фигурий есте егалэ ку о пэтриме дин ария черкулуй, раза кэруй есте егалэ ку  $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$  чм. Деачея

$$S = \frac{1}{4}\pi R^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = 2,25 \text{ чм}^2.$$

Рэспунс: 2,25.



### 6. Елементе але теорией пробабилитэцилор.

О фабрике продуچه пошете. Ын медие 1 пошетэ дин 80 аре дефекте аскунсе. Гэсиць пробабилитатя, кэ пошета кумпэратэ ва фи фэрэ дефекте.

**Резолваре.**

Ын медие фэрэ дефекте продук 79 де пошете дин фиекаре 80, дин ачастэ каузэ пробабилитатя кэутатэ есте егалэ ку 0,9875.

Рэспунс: 0,9875.

$$\frac{79}{80} = 0,9875.$$

### 7. Екуаций симпле.

Резолваць екуация  $\sqrt{6+5x} = x$ . Дакэ екуация аре май мулте де о рэдэчинэ, ын рэспунс скриець чя май микэ динтре еле.

**Резолваре.**

Ридикэм ла патрат:

$$\sqrt{6+5x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} 6+5x = x^2, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1, \\ x = 6, \end{cases} \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6.$$

Екуация аре о сингурэ рэдэчинэ, еа ши есте рэспунсул.

Рэспунс: 6.

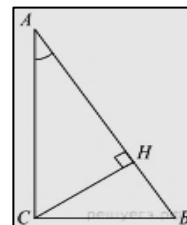
### 8. Планиметрия: проблеме, легате ку унжюриле.

Ын триунгиул  $ABC$  унгиул  $C$  есте егал ку  $90^\circ$ ,  $CH$  — ынэлцимя,  $BC = 8$ ,  $\sin A = 0,5$ . Афлаць  $BH$ .

**Резолваре.**

Унжюриле  $A$  ши  $HCB$  сынт егале ка унжюрь ку латуриле речипрок перпендикуларе. Деачея  $BH = BC \sin \angle HCB = BC \sin A = 8 \cdot 0,5 = 4$ .

Рэспунс: 4.



### 9. Анализа графичелор ши диаграмелор.

Фиекэруй динтре челе патру графиче але функциилор дин прима енумераре ый кореспунде о валoare а дериватей а функцией  $f(x)$  ын пункт ын а доуа енумераре. Фачець кореспонденца динтре графиче ши валориле дериватей.

ВАЛОРИЛЕ ДЕРИВАТЕЙ

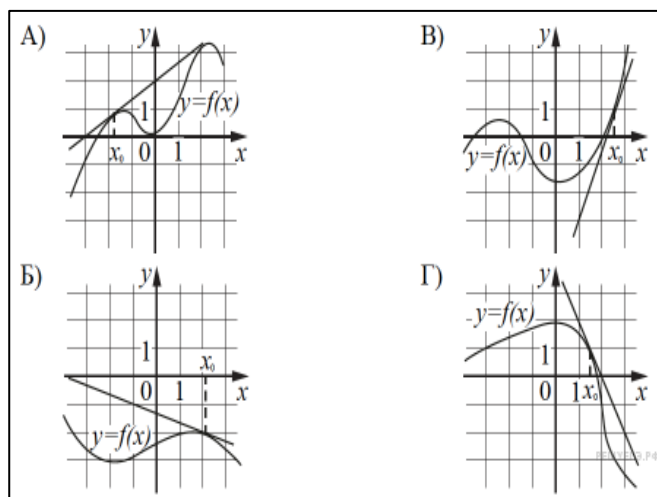
1)  $\frac{1}{3}$

2)  $-2$

3)  $\frac{2}{3}$

4)  $\frac{5}{2}$

ГРАФИЧЕЛЕ



Скриець ын рэспунс чифреле, аранжындун-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

А	Б	В	Г

**Лэмурире.**

Валоаря дериватей ын пункт есте егалэ ку коэффициентул унгиолар ал тангентей, дусе ын пунктул дат. Есте позитив ши май мик декыт 1, дакэ танжента есте ынклинатэ кэтре ориентация позитивэ а аксей абсчиселор суб ун унгы май мик де  $45^\circ$ ; май маре декыт 1, дакэ унгиол де ынклинацие есте май маре декыт  $45^\circ$ , ынсэ май мик декыт  $90^\circ$ . Есте негатив ши май мик декыт  $-1$ , дакэ унгиол де ынклинацие есте май маре декыт  $90^\circ$ , ынсэ май мик декыт  $135^\circ$ , есте негатив ши май маре декыт  $-1$ , дакэ унгиол де ынклинацие ал тангентей кэтре ориентация позитивэ а аксей абсчиселор есте май маре декыт  $135^\circ$ , ынсэ май мик декыт  $180^\circ$ . Астфел, графикулуй А ый кореспунде — 3, графикулуй Б — 1, графикулуй В — 4, графикулуй Г — 2.

Рэспунс: 3142

### 10. Стереометрия.

Ынтр-о пирамидэ триунгиоларэ регулатэ  $SABC$  пунктул  $M$  — мижлокул мукией  $AB$ ,  $S$  — вырфул. Се куноаште, кэ  $BC = 3$ , яр ария супрафещий латерале а пирамидей есте егалэ ку 45. Гэсиць лунжимя сегментулуй  $SM$ .

**Резолваре.**

Афлэм ария фещий  $SAB$ :  $S_{SAB} = \frac{S_{\text{лат}}}{3} = \frac{45}{3} = 15$ .

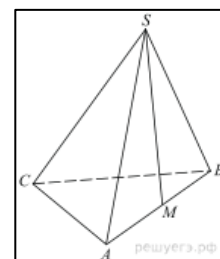
Сегментул  $SM$  есте медиана триунгиулуй регулат  $SAB$ , деч, ши ынэлцимя луй. Атунч

$$SM = \frac{2S_{SAB}}{AB} = \frac{2S_{SAB}}{BC} = \frac{2 \cdot 15}{3} = 10.$$

Рэспунс: 10.

### 11. Алежсера челей май буне опциунь.

Пентру а прегэти рафтурь пентру кэръць есте нечесар де командат 48 де стикле идентиче ын уна дин трей фирме. Ария фиекэрей стикле есте егалэ ку  $0,25 \text{ м}^2$ . Ын табел сынт дате прецуриле пентру стиклэ, прекум ши тэеря стиклей ши луструирия маржинилор. Кыте рубли ва коста чя май ефтинэ командэ?



Фирма	Прецул стиклей (руб. пентру 1 м <sup>2</sup> )	Тэеря ши луструиря (руб. пентру о стиклэ)
А	420	75
Б	440	65
В	470	55

**Лэмурире.**

Ария тоталэ а стиклей есте егалэ ку  $48 \cdot 0,25 = 12 \text{ м}^2$ . Прекэутэм диферите опциунь.

Костул комензий ла фирма А се адунэ дин прецул стиклей  $420 \cdot 12 = 5040$  руб., прецул тэерий ши луструирий  $75 \cdot 48 = 3600$  руб. ши есте егал ку 8640 руб.

Костул комензий ла фирма Б се адунэ дин прецул стиклей  $440 \cdot 12 = 5280$  руб., прецул тэерий ши луструирий  $65 \cdot 48 = 3120$  руб. ши есте егал ку 8400 руб.

Костул комензий ла фирма В се адунэ дин прецул стиклей  $470 \cdot 12 = 5640$  руб., прецул тэерий ши луструирий  $55 \cdot 48 = 2640$  руб. ши есте егал ку 8280 руб.

Костул челей май ефтине комензь ва алкэтуи 8280 де рубле.

Рэспунс: 8280.

**Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсурь № 1**

## ПАРТЯ 2

**Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 12–15 требуе сэ фие нумэр ынтрэг сау фракцияе зечималэ финитэ. Рэспунсул требуе скрис ын формуларул ку рэспунсурь № 1 ын партия дрянтэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре чифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтатае ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.**

### 12. Калкуле ши трансформэрь.

Гэсиць валораь экспресней  $(1 - \log_5 40)(1 - \log_8 40)$ .

**Резолваре.**

Ефектуэм трансформэрь:

$$(1 - \log_5 40) \cdot (1 - \log_8 40) = (1 - \log_5 (5 \cdot 8))(1 - \log_8 (8 \cdot 5)) = \\ = (1 - 1 - \log_5 8)(1 - 1 - \log_8 5) = -\log_5 8 \cdot (-\log_8 5) = 1$$

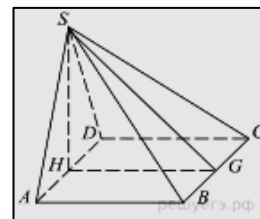
Рэспунс: 1.

### 13. Стереометрия

Базэ а уней пирамиде есте ун дрептунгь, о фаць латералэ есте перпендикулярэ ла планул базей, яр челелалте трей феце латерале сынт ынклинате кэтре планул базей суб ун унгь де  $60^\circ$ . Ынэлцимя пирамидей есте егалэ ку 6. Афлаць волумул пирамидей.

**Резолваре.**

Аша кум фецеле латерале  $SAB$ ,  $SDC$  ши  $SBC$  сынт ынклинате кэтре планул базей суб унгь де  $60^\circ$ , унгиориле А ши D ын триунгиол  $ASD$  ши унгиол G ын триунгиол  $SGH$  сынт егале ку  $60^\circ$ .



Деачея триунгиол  $ASD$  — екилатерал, яр латура луй есте легатэ ку ынэлцимя прин формула  $AD = \frac{2}{\sqrt{3}}SH$ , де унде  $AD = 4\sqrt{3}$ .

Дин триунгиол дрептунгик  $SHG$  гэсим:

$$HG = SH \operatorname{ctg} \angle SGH = 6 \operatorname{ctg} 60^\circ = 2\sqrt{3}.$$

Аша кум  $ABCD$  — дрептунгь, ария луй есте егалэ ку продусул латурилор:

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB = AD \cdot HG = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 24.$$

Рэмыне сэ афлэм волумул пирамидей:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 6 = 48.$$

Рэспунс: 48.

### 14. Валораь чя май маре ши чя май микэ а функцией

Гэсиць пунктул максим ал функцией  $y = \ln(x + 5) - 2x + 9$ .

**Резолваре.**

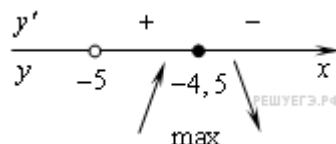
Функция есте дефинитэ ши диференциабилэ пе  $(-5; +\infty)$ . Афлэм деривата функцией дате:

$$y' = \frac{1}{x+5} - 2.$$

Афлэм zeroуриле дериватей:

$$\frac{1}{x+5} - 2 = 0 \Leftrightarrow x+5 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -4,5.$$

Детерминэм семнеле дериватей функцией ши арэтэм пе десен компортай функцией:



Пунктул максим кэутат есте  $x = -4,5$ .

Рэспунс:  $-4,5$ .

### 15. Проблема текстүале.

Фамилия есте форматэ дин соц, социе ши фийка лор студентэ. Дакэ ляфа соцулуй с-ар фи мэрит де доуэ орь, венитул тотал фамилиал ар фи крескут ку 67%. Дакэ бурса фийчей с-ар фи микшорат де трей орь, венитул тотал ал фамилией с-ар фи микшорат ку 4%. Кыте проченте дин венитул тотал ал фамилией алкэтуеште ляфа социей?

**Резолваре.**

Кондиция «дакэ ляфа соцулуй с-ар фи мэрит де доуэ орь, венитул тотал фамилиал ар фи крескут ку 67%» ынсямнэ, кэ ляфа соцулуй алкэтуеште 67% дин венитул фамилией. Кондиция «дакэ бурса фийчей с-ар фи микшорат де трей орь, венитул тотал ал фамилией с-ар фи микшорат ку 4%», ынсямнэ, кэ 2/3 дин бурсэ алкэтуеск 4% дин венитул фамилией, адикэ тоатэ бурса фийчей алкэтуеште 6% дин венитул фамилией. Ын аша мод, венитул мамы алкэтуеште  $100\% - 67\% - 6\% = 27\%$  дин венитул фамилией.

Рэспунс: 27.

*Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсурь №1*

*Пентру а скри резолвэриле ши рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 16-21 фолосиць ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ №2. Скриець май ынтый нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините (16, 17 ши а.м.д.), яр апой резолваря комплетэ ку лэмурире ши рэспунсул. Рэспунсуриле скриець клар ши читець.*

### 16. Екуаций, системе де екуаций

а) Резолваць екуация:  $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right)$

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй  $\left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$

**Резолваре.**

а)  $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right) \Leftrightarrow \cos x = \cos 2x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + 2\pi k, & k \in Z \\ 2x = -x + 2\pi k, & k \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi k, & k \in Z \\ x = \frac{2\pi k}{3}, & k \in Z \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$$

б) Гэсим тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй  $\left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$ :

$$\pi \leq \frac{2\pi k}{3} \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 6\pi \leq 4\pi k \leq 15\pi \Leftrightarrow 6 \leq 4k \leq 15 \Leftrightarrow 1,5 \leq k \leq 3,75$$

Астфел ынкыт  $k \in Z$ , атунч  $k \in \{2; 3\}$

Дакэ  $k = 2$ , атунч  $x = \frac{4\pi}{3}$ .

Дакэ  $k = 3$ , атунч  $x = 2\pi$ .

Рэспунс: а)  $\frac{2\pi k}{3}, k \in Z$

б)  $\frac{4\pi}{3}; 2\pi$

сау

а) Резолваць екуация:  $5 \cdot 4^{x^2+4x+1} + 20 \cdot 10^{x^2+4x} - 7 \cdot 25^{x^2+4x+1} = 0$

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй  $[-3; 1]$

**Резолваре.**

а)  $5 \cdot 4^{x^2+4x+1} + 20 \cdot 10^{x^2+4x} - 7 \cdot 25^{x^2+4x+1} = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot 2^{2(x^2+4x+1)} + 2 \cdot (2 \cdot 5)^{x^2+4x+1} - 7 \cdot 5^{2(x^2+4x+1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot \left( \frac{2}{5} \right)^{2(x^2+4x+1)} + 2 \cdot \left( \frac{2}{5} \right)^{x^2+4x+1} - 7 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left( \frac{2}{5} \right)^{x^2+4x+1} = 1; \\ \left( \frac{2}{5} \right)^{x^2+4x+1} = -\frac{7}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \left( \frac{2}{5} \right)^{x^2+4x+1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \pm \sqrt{3}$$

б) Естимэм  $\sqrt{3}$  ку нумере ынтрежь:  $1 < \sqrt{3} < 2$ . Атунч  $-1 < -2 + \sqrt{3} < 0$  ши  $-4 < -2 - \sqrt{3} < -3$

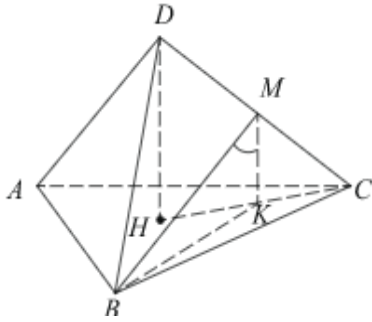
Деч, сегментулуй  $[-3; 1]$  ый апарцине нумай  $x = -2 + \sqrt{3}$

Рэспунс: а)  $-2 \pm \sqrt{3}$ ;

б)  $-2 + \sqrt{3}$

### 17. Унгорь ши дистание ын спаиу

Ын тетраэдрул регулат  $ABCD$  гэсиц унгорь динтре ынэлцимя тетраэдрулуй  $DH$  ши медиана  $BM$  феций латерале  $BCD$ .



**Резолваре.**

1) Аша кум  $BM$  – медиана феций латерале  $BCD$ , атунч  $M$  – мижлокул мукией  $CD$ . Прекэутэм триунгюл  $DHC$  – дрептунгик, аша кум  $DH$  – ынэлцимя тетраэдрулуй, прин урмаре,  $DH \perp (ABC)$ . Ын триунгюл  $DHC$  дучем прин пунктул  $M$  линия медиане  $MK$ .

Дупэ проприетатя линией медиане  $MK \parallel DH$ , деч,  $MK \perp (ABC)$ .

2) Аша кум  $MK \parallel DH$ , атунч  $\angle(DH, BM) = \angle(MK, BM) = \angle BMK$

3)  $MK \perp (ABC)$  ши  $BK \subset (ABC)$ , прин урмаре,  $MK \perp BK$ , адикэ триунгюл  $BMK$  – дрептунгик.

4) Аша кум тетраэдрул  $ABCD$  есте регулат, атунч тоате фецеле луй–триунгюрь регулате. Луэм лунжимя мукией тетраэдрулуй егалэ ку  $a$ . Атунч фицкаре ынэлциме (медианэ, бисектоаре) а феций тетраэдрулуй регулат ва фи егалэ ку  $a \frac{\sqrt{3}}{2}$ , адикэ  $BM = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

5) Аша кум  $DH$  – ынэлцимя тетраэдрулуй регулат, атунч  $H$  – чентрул триунгюлуй регулат  $ABC$ , ши  $CH = \frac{2}{3} a \frac{\sqrt{3}}{2} = a \frac{\sqrt{3}}{3}$

6) Дин триунгюл дрептунгик  $DHC$  дупэ теорема луй Питогага гэсим  $DH: DH = \sqrt{DC^2 - CH^2}$ , де унде  $DH = a \frac{\sqrt{6}}{3}$

7) Аша кум  $MK \parallel DH$ , атунч триунгюриле  $DHC$  ши  $MKC$  сынт асеменя, т.е.  $\frac{MK}{DH} = \frac{MC}{DC}$ . Примим:  $MK = \frac{1}{2} DH$ , сау  $MK = a \frac{\sqrt{6}}{6}$

8) Ын триунгюл дрептунгик  $BMK$  гэсим косинусул унгорюлуй  $BMK$ :

$$\cos BMK = \frac{MK}{BM} \Rightarrow \cos BMK = \frac{a \frac{\sqrt{6}}{6}}{a \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \angle BMK = \arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Рэспунс:  $\arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$

сау

**Ынтр-о призмэ триунгюларэ регулатэ  $ABCA_1B_1C_1$  латуриле базей сынт егале ку 1, мукииле латерале сынт егале ку 2, пунктул  $D$  – мижлокул мукией  $CC_1$ . Гэсиц унгорь динтре планеле  $ABC$  ши  $ADB_1$ .**

**Резолваре.**

**1 методэ**

1) Обсервэм, кэ  $A$  – пунктул комун ал планелор  $ABC$  ши  $ADB_1$ , прин урмаре, планеле се интерсектязэ. Вом кэута дряпта де интерсекция. Ын планул  $BCC_1$  афлэм пунктул  $K$  – пунктул де интерсекция ал дрептелор  $B_1D$  ши  $BC$ . Пунктул  $K$  – пунктул комун ал планелор  $ABC$  ши  $ADB_1$ . Вом примим:  $AK$  – дряпта де интерсекция а планелор  $ABC$  ши  $ADB_1$ .

2) Дин пунктул  $D$  коборым перпендикулара  $DH$  пе дряпта  $AK$ . Обсервэм, кэ призма  $ABCA_1B_1C_1$  есте регулатэ, деачея  $DC \perp (ABC)$ .  $DH$  – облика ла планул  $ABC$ . Атунч  $HC$  – проекция обличий  $DC$  пе планул  $ABC$ , дряпта  $AK$  се афлэ ын планул  $ABC$ . Дупэ конструкция облика  $DH$  есте перпендикуларэ ла дряпта  $AK$ . Атунч дупэ теорема челор трей перпендикуларе:  $CH \perp AK$ . Авем:  $CH \perp AK$  ши  $CH \subset (ABC)$ ;  $DH \perp AK$  ши  $DH \subset (ADB_1)$ , де унде урмязэ:  $\angle(ABC; ADB_1) = \angle DHC$ .

3)  $D$  – мижлокул мукией  $CC_1$  ши  $DC \parallel BB_1$ , атунч  $DC$  – линия медиане а триунгюлуй  $B_1BK$ , де унде:  $BC = CK = 1$ .

4) Аша кум призма есте регулатэ, атунч триунгюл  $ABC$  – регулат (екилатерал), адикэ  $AB=BC=AC=1$  ши  $\angle BCA = 60^\circ$ . Атунч  $\angle ACK = 120^\circ$  (дупэ проприетатя унгорилор адиаченте).

5) Аша кум  $CK=1$  ши  $AC=1$ , атунч триунгюл  $ACK$  – исосчел.

Аша кум  $\angle ACK = 120^\circ$ , атунч  $\angle AKC = 30^\circ$

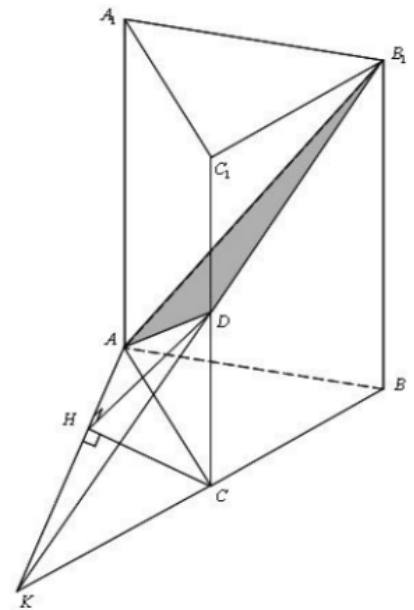
6)  $\angle AKC = 30^\circ$  ши  $DH \perp AK$ , атунч ын триунгюл дрептунгик  $CHK$  катета  $HC$  есте егалэ ку жумэтате дин гипотенузэ, адикэ  $HC = \frac{1}{2}$

7) Прекэутэм триунгюл  $DHC$  – дрептунгик, аша кум  $DC \perp (ABC)$ :

$$\operatorname{tg} DHC = \frac{DC}{HC} \Rightarrow \operatorname{tg} DHC = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \angle DHC = \operatorname{arctg} 2$$

Рэспунс:  $\operatorname{arctg} 2$

Обсервэм, кэ рэспунсул поате фи скрис ын алтэ формэ:  $\arccos \frac{\sqrt{5}}{5}$  сау  $\arcsin \frac{2\sqrt{5}}{5}$





### II метод

1) Фие  $O$  – мижлокул сегментулуй  $AC$ . Аша кум призма есте регулатэ, атулч триунгиол  $ABC$  – регулат ши  $BO \perp AC$ . Атулч  $BO = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

2) Ынтродучем системул дрепунгиолар де координате ку центрл ын пунктул  $O$ , ориентындр акса абсчиселор де-а лунгул дрептей  $BO$ , акса ордонателор – де-а лунгул дрептей  $OC$ , акса апликателор – паралел дрептей  $AA_1$  (везь десенулу).

Детерминэм координателе пунктелор  $A, B, C, D$  ши  $B_1$ :

$$A(0; -\frac{1}{2}; 0); B(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 0); C(0; \frac{1}{2}; 0); B_1(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 2); D(0; \frac{1}{2}; 1)$$

3) Аша кум  $CC_1 \parallel (ABC)$ , атулч  $\overline{CD}\{0; 0; 1\}$  – нормала ла планулу  $ABC$ .

4) Алкэтуим екуация планулуй  $ADB_1$ :

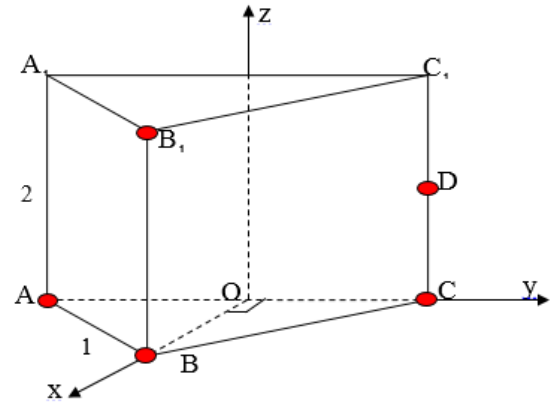
$$\begin{cases} 0a - \frac{1}{2}b + 0c = 1; \\ 0a + \frac{1}{2}b + c = 1; \\ \frac{\sqrt{3}}{2}a + 0b + 2c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2\sqrt{3}; \\ b = -2; \\ c = 2 \end{cases}$$

Екуация планулуй  $ADB_1$ :  $-2\sqrt{3}x - 2y + 2z = 1$ . Атулч  $\vec{n}\{-\sqrt{3}; -1; 1\}$  – нормала планулуй  $ADB_1$ .

$$5) \cos(\widehat{ABC}; \widehat{ADB_1}) = |\cos(\overline{CD}; \vec{n})| = \left| \frac{0+0+1}{\sqrt{0+0+1} \cdot \sqrt{3+1+1}} \right| = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Атулч } \angle(ABC; ADB_1) = \arccos \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Рэспунс: } \arccos \frac{\sqrt{5}}{5}$$



### 18. Инекуаций, системе де инекуаций.

Резолваць системул де инекуаций:

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

Резолваре.

Резолвэм прима инекуация. Фачем субституция  $y = 2^x$ , авем:

$$16y^2 - 257y + 16 \leq 0 \Leftrightarrow (y-16)(16y-1) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{16} \leq y \leq 16.$$

$$\frac{1}{16} \leq 2^x \leq 16 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4.$$

Де аич примим солуция примей инекуаций:

Резолвэм инекуация а доуа. Примул термен есте детерминат пентру  $\frac{x+2}{x-3,7} > 0$ , адикэ пентру  $x < -2$  сау  $x > 3,7$ . Трансформэм инегалитатя:

$$\log_2 \frac{(x+2)^2}{(x-3,7)^2} + \log_2 (x-3,7)^2 \geq 2 \Rightarrow \log_2 (x+2)^2 \geq 2 \Rightarrow (x+2)^2 \geq 4 \Rightarrow x(x+4) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Примим солуция инекуацией а доуа:

$$\begin{cases} x \leq -4 \\ x > 3,7. \end{cases}$$

Солуция а системулуй есте партя комунэ а солуциилор амбелор инекуаций:  $x = -4$  сау  $3,7 < x \leq 4$ .

$$\text{Рэспунс: } \{-4\} \cup (3,7; 4].$$

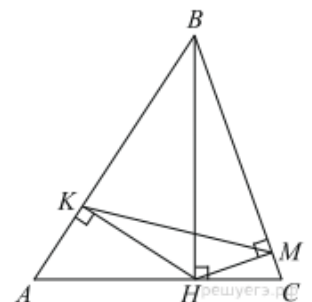
### 19. Проблема дин планиметрие

Ынтр-ун триунгь аскуцитунгик  $ABC$  ау дус ынэлцимя  $BH$ . Дин пунктул  $H$  пелатуриле  $AB$  ши  $BC$  ау коборыт перпендикулареле  $HK$  ши  $HM$  кореспунзэтор.

а) Демонстраць, кэ триунгиол  $MVK$  есте асеменя ку триунгиол  $ABC$ .

б) Гэсиць релация арией триунгиолулуй  $MVK$  кэтре ария патрулатерулуй  $AKMC$ , дакэ  $BH = 1$ , яр раза чиркумферинцей, чиркумскрисе триунгиолулуй  $ABC$ , есте егалэ ку 4.

Резолваре.



а) Фие унгиол  $BAC = \alpha$ . Унгиориле  $BAC$  ши  $KHB$  сынт егале, ка унгиорь ку латуриле речипрок перпендикуларе. Прекэутэм патрулатерул  $BKHM$ :

$\angle BKH + \angle BMH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ , прин урмаре, патрулатерул  $BKHM$  есте ынскрис ын чиркумферинцэ. Деч,  $\angle KHB = \angle KMB$ , ка ынскрисе, сприжините пе унул ши ачелаш арк. Ын аша мод,  $\angle BAC = \angle KHB = \angle KMB$ . Триунгиориле  $ABC$  ши  $MBK$  ау унгь комун  $B$  ши  $\angle BAC = \angle KMB$ , деч, ачесте триунгиорь сынт асеменя дупэ доуэ унгиорь.

б) Дин триунгиол дрептунгик  $BKH$  гэсим, кэ  $BH = \frac{BK}{\sin \angle KHB}$ . Пентру триунгиол  $ABC$  аре лок егалитатя  $2R = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$ .

Циньнд конт, кэ  $\angle KHB = \angle BAC$  примим:  $\frac{BC}{BK} = \frac{2R}{BH}$ . Латуриле  $BC$  ши  $BK$  — омолоаже ын триунгиориле

асеменя  $ABC$  ши  $MBK$ , прин урмаре, коэффициентул лор де асемэнаре  $k = \frac{BC}{BK} = \frac{2R}{BH} = 8$ . Гэсим релация арией триунгиолуй  $MBK$  кэтре ария патрулатерулуй  $AKMC$ :

$$\frac{S_{MBK}}{S_{AMKC}} = \frac{S_{MBK}}{S_{ABC} - S_{MBK}} = \frac{S_{MBK}}{k^2 S_{MBK} - S_{MBK}} = \frac{1}{k^2 - 1} = \frac{1}{64 - 1} = \frac{1}{63}.$$

Рэспунс:  $\frac{1}{63}$ .

## 20. Екуаций, инекуаций ши системеле ку параметри

Гэсиль тоате валориле луй  $a$ , пентру фицкаре динтре каре валора чя май маре а функцией

$f(x) = |x - a| - x^2$  ну есте май микэ декыт 1.

**Резолваре.**

Скрием функция датэ ын фелул урмэтор:

$$f(x) = \begin{cases} a - x - x^2 & \text{пентру } x < a, \\ x - a - x^2 & \text{пентру } x \geq a \end{cases}$$

Функция  $f(x)$  есте континуэ пе тоатэ дряпта нумерикэ. Графикул ей констэ дин пэрциле а доуэ параболе, рамуриле кэror сынт ориентате ын жос. Абчиселе вырфурилор параболелор сынт егале ку  $x = -0,5$  ши  $x = 0,5$ .

Дакэ  $a \in (-\infty; -0,5]$ , атунч функция  $f(x)$  креште пентру  $x \in (-\infty; a)$ , май департе прелунжеште сэ кряскэ пентру  $x \in [a; 0,5]$  ши дескреште пентру  $x \in [a; +\infty)$ .

Прин урмаре,  $f(x)$  атинже валора чя май маре ын уникул пункт  $x = 0,5$ . Гэсим, пентру че валорь але луй  $a$ ,  $a \in (-\infty; -0,5]$ , валора чя май маре а функцией  $f(x)$  ну есте май микэ декыт 1:

$$f(0,5) \geq 1 \Rightarrow 0,5 - a - (0,5)^2 \geq 1 \Rightarrow 0,25 - a \geq 1 \Rightarrow a \leq -0,75$$

Дакэ  $a \in (-0,5; -0,5)$ , атунч функция  $f(x)$  атинже валора чя май маре ын пунктул  $x = -0,5$  сау  $x = 0,5$ . Гэсим, пентру че валорь але луй  $a$ ,  $a \in (-0,5; -0,5)$ , чя май маре валора а функцией  $f(x)$  ну есте май микэ декыт 1:

$$\begin{cases} f(-0,5) \geq 1, \\ f(0,5) \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - (-0,5) - (-0,5)^2 \geq 1, \\ 0,5 - a - (0,5)^2 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 0,25 \geq 1, \\ 0,25 - a \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0,75, \\ a \leq -0,75 \end{cases}$$

Прин урмаре, пентру  $a \in (-0,5; -0,5)$  чя май маре валора а функцией есте май микэ декыт 1.

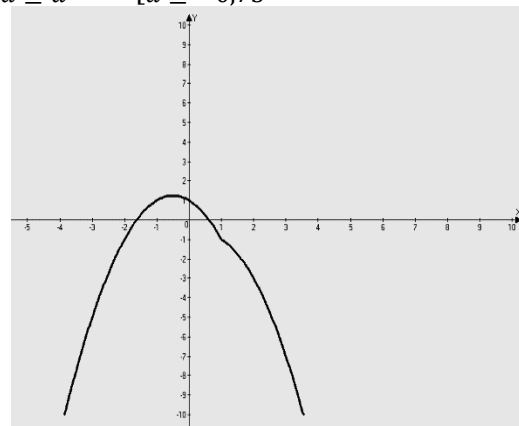
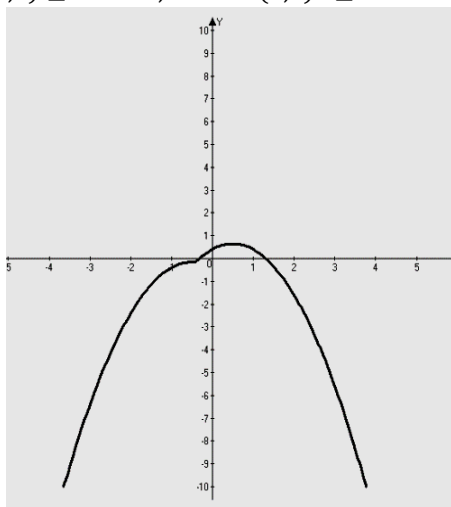
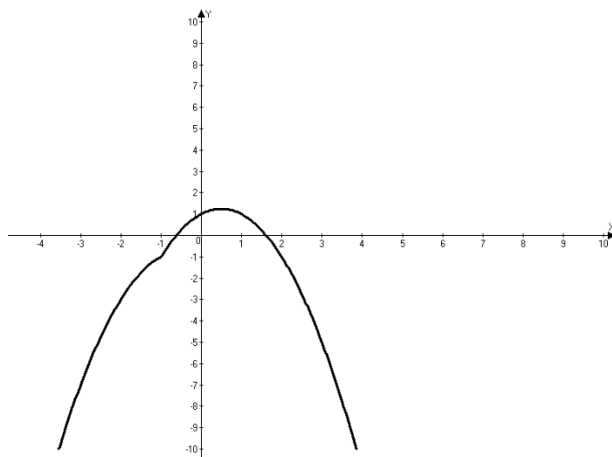
Дакэ  $a \in [-0,5; +\infty)$ , атунч функция

$f(x)$  атинже валора чя май маре ын уникул пункт  $x = -0,5$ .

Гэсим, пентру че валорь але луй  $a$ ,  $a \in [-0,5; +\infty)$ , валора чя май маре а функцией  $f(x)$  ну есте май микэ декыт 1:

$$\begin{aligned} f(-0,5) \geq 1 &\Rightarrow a - (-0,5) - (-0,5)^2 \geq 1 \\ &\geq 1 \Rightarrow a - 0,25 \geq 1 \Rightarrow a \geq 0,75 \end{aligned}$$

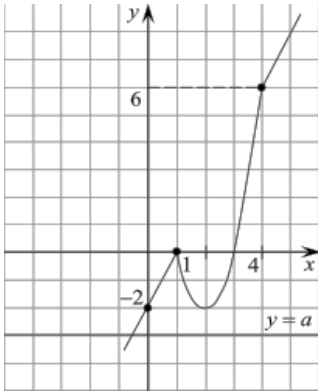
Рэспунс:  $a \in (-\infty; -0,75] \cup [0,75; +\infty)$





сау

Гэснц тоате валориле луй  $a$ , пентру фицаре динтре каре графикал функцией  $f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$  интерсектяэ акса абчиселор май пущин декыт ын трей пункте диферите.



**Резолваре.**

Прекэутэм функция ажутэтоаре

$$g(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4|.$$

Графикал функцией  $f(x)$  интерсектяэ акса абчиселор ын доуэ сау май пущине пункте, дакэ екуация  $g(x) = a$  аре май пущин де трей рэдэчинь диферите.

Дакэ  $x \leq 1$  сау  $x \geq 4$ , атунч  $|x^2 - 5x + 4| = x^2 - 5x + 4$ , ши  $g(x) = 2x - 2$ .

Дакэ  $1 < x < 4$ , атунч  $|x^2 - 5x + 4| = -x^2 + 5x - 4$ , ши  $g(x) = 2x^2 - 8x + 6$ .

Графикал функцией  $g(x)$  констэ дин доуэ семидрепте ши аркул параболей. Пе десен се веде, кэ екуация  $g(x) = a$  аре май пущин де трей рэдэчинь, нумай дакэ  $a \leq g(2)$  сау  $a \geq g(1)$ , адикэ пентру  $a \leq -2$  сау  $a \geq 0$ .

Рэспунс:  $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$ .

### 21. Нумереле ши проприетэциле лор.

Се поате де адус екземплу де чинч нумере натурале диферите, продусул кэроара есте егал ку 792 ши

а) чинч;

б) патру;

в) трей

динтре еле формязэ прогресие жеометрике?

**Резолваре.**

Обсервэм, кэ  $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ .

а) Фие, кэ сынт  $a, aq, aq^2, aq^3, aq^4$ . Атунч продусул лор есте егал ку  $a^5 q^{10}$ ; ши  $aq^2 = \sqrt[5]{792} \notin \mathbb{Z}$ .

б) Фие, кэ сынт  $a, aq, aq^2, aq^3, b$ ;  $q$  ну е облигатор сэ фие ынтрег, дар требуе сэ фие рационал.

Фие  $q = \frac{x}{y}$  — фракцие несимплификабилэ, атунч авем  $\frac{a^4 x^6 b}{y^6} = 792$ . Деч, 792 мултиплу ку  $x^6$  (ну поате сэ се симплифиче ку нумиторул), де унде  $x = 1$ . Деч,  $a$  мултиплу ку  $y^3$  (алтфел  $aq^3$  —ну есте ынтрег),  $a^4$  мултиплу ку  $y^{12}$ ; 792 мултиплу ку  $y^6$  (ну с-а симплификат), де унде  $y = 1$  ши прогресия есте константэ.

в) Да, де екземплу 1,2,4,9,11.

Рэспунс: а) Ну; б) ну; в) да.